

**UNIVERSITI SAINS MALAYSIA**

**Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 1996/97**

**April 1997**

**EUM 102 (SPU) - MATEMATIK KEJURUTERAAN II**

**Masa : [3 jam]**

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan kertas peperiksaan ini mengandungi **SEMBILAN (9)** muka surat bercetak dan **ENAM (6)** soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **LIMA (5)** soalan sahaja.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia.

Mesinkira boleh digunakan.

.../2

- 2 -

1. (a) Selesaikan persamaan pembezaan berikut:

$$(i) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{xy - y^2}{x^2 + xy} \quad (20\%)$$

$$(ii) \quad 2y - 3 \frac{dy}{dx} = y^4 e^{3x} \quad (20\%)$$

- (b) Tunjukkan bahawa persamaan Euler

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + Ax \frac{dy}{dx} + By = 0$$

boleh diturunkan ke bentuk

$$\frac{d^2 y}{dz^2} + (A-1) \frac{dy}{dz} + By = 0$$

dengan penukaran pembolehubah  $z = \ln x$ .

Seterusnya dengan menggunakan keputusan di atas cari penyelesaian persamaan pembezaan

$$2x^2 y'' - 9xy' + 12y = 0 \quad (30\%)$$

- (c) Dengan kaedah ini siri kuasa selesaikan persamaan pembeza berikut:-

$$(1 - x^2)y'' + 2xy' - 2y = 0 \quad (30\%)$$

.../3

2. (a) Selesaikan persamaan pembezaan berikut:

(i)  $2y \, dx = (x^2 - 1)(dx - dy)$  (20%)

(ii)  $\frac{dy}{dx} = e^{2x} + e^x - 2e^x y + y^2$

diberi  $y(\ln \pi) = 2\pi$

dan  $S(x) = e^x$  (20%)

- (b) Perubahan rintangan  $R$  ohm bagi suatu konduktor aluminium dengan suhu  $\theta^\circ \text{C}$  diberikan oleh persamaan pembezaan  $\frac{dR}{d\theta} = \alpha R$  (\*),  $\alpha$  adalah pemalar koefisien suhu bagi aluminium. Tunjukkan jika  $R = R_0$  apabila diberi  $\theta = 0^\circ \text{C}$  maka penyelesaian bagi persamaan perbezaan (\*) adalah  $R = R_0 e^{\alpha\theta}$

Seterusnya jika  $\alpha = 38 \times 10^{-4} / ^\circ \text{C}$ , cari rintangan  $R$  bagi aluminium pada suhu  $50^\circ \text{C}$  apabila rintangan pada suhu  $0^\circ$  adalah  $24 \, \Omega$ . (Beri jawapan anda tepat kepada 3 t.p).

(20%)

- (c) Daripada takrifan jelmaan Laplace dapat  $\mathcal{L}\{\sin ax\}$ .

(10%)

- (d) Dengan menggunakan kaedah jelmaan Laplace selesaikan persamaan pembezaan berikut:

$$y'' + 2y' = e^{-2t} \sinh 3t.$$

(30%)

.../4

- 4 -

3. (a) Tunjukkan bahawa persamaan pembezaan  $x^2 y dx + (y + x^3) dy = 0$  adalah tidak tepat. Cari faktor kamiran dan selesaikan persamaan pembezaan tersebut.

(25%)

- (b) Selesaikan persamaan pembezaan berikut:-

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 4y = 2 \cos 2x$$

$$\text{diberi } y = \frac{\pi}{6} \text{ bila } x = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = 0 \text{ bila } x = 0.$$

(30%)

- (c) Tentusahkan bahawa  $y_1 = e^{-x}$  dan  $y_2 = e^{-2x}$  adalah penyelesaian bagi persamaan pembezaan  $y'' + y' - 2y = 0$ . Carikan  $W(y_1, y_2)$ . Adakah  $y = c_1 y_1 + c_2 y_2$  merupakan penyelesaian bagi persamaan pembezaan tersebut.

(15%)

- (d) Carikan dua penyelesaian tak bersandar linear bagi  $y'' + 4y = 0$ . Seterusnya dengan menggunakan penyelesaian yang didapati, cari penyelesaian khusus bagi  $y'' + 4y = \tan x$ .

(30%)

.../5

- 5 -

4. (a) Suatu pembolehubah rawak  $X$  mempunyai taburan normal dengan min 160 dan sisihan piawai 16. Cari nilai  $k$  jika,

(i)  $p(X \leq k) = 0.75$

(ii)  $p(X \geq k) = 0.08$

(iii)  $p(X < k) = 0.16$

(30%)

- (b) Taburan kebarangkalian bagi suatu pembolehubah rawak  $X$  adalah seperti berikut:-

$X$	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$k$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

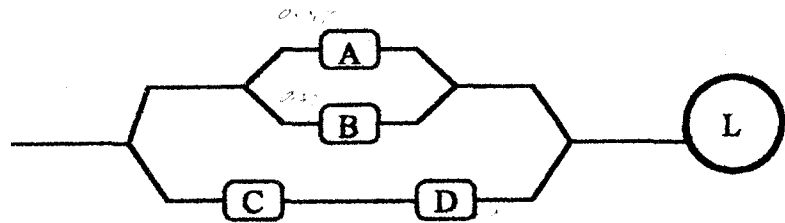
- (i) Cari nilai  $k$

- (ii) Dapatkan  $E(x)$

(20%)

- 6 -

- (c) Dalam suatu sistem seperti gambarajah di bawah, lampu L hanya akan menyala jika melalui komponen-komponen A, B, C dan D (dari kiri ke kanan) yang berfungsi sahaja. Setiap komponen beroperasi secara tak bersandar dan kebarangkalian setiap komponen beroperasi ialah 0.95.



Kira kebarangkalian lampu akan menyala..

(20%)

- (d) Bilangan kemasukan panggilan talipon ke sebuah pejabat bagi setiap 10 minit didapati mempunyai taburan Poisson dengan min 2. Kira
- (i) kebarangkalian tiada panggilan yang masuk dalam jangkamasa 10 minit tertentu
  - (ii) kebarangkalian terdapat tepat 3 panggilan yang masuk dalam masa 10 minit berturut-turut.
  - (iii) kebarangkalian lebih daripada 5 panggilan yang masuk dalam masa 10 minit.

(30%)

.../7

- 7 -

5. (a) <sup>Uraian</sup> A dan B adalah dua peristiwa dalam satu ruang sampel dan  $P(A) = 0.4$   
 $P(B) = k$  dan  $P(A \cup B) = 0.7$ . Cari nilai  $k$  jika

- (i) A dan B adalah peristiwa bebas  
 (ii) A dan B adalah peristiwa saling eksklusif (berasingan)

(20%)

- (b) Hayat bagi suatu jenis baterai yang dihasilkan oleh suatu kilang tertabur secara normal dengan min 29 bulan dan sisihan piawai 4 bulan. Suatu baterai yang dihasilkan oleh kilang itu dipilih secara rawak. Apakah kebarangkalian baterai itu mempunyai hayat

- (i) antara 20 hingga 36 bulan  
 (ii) lebih daripada 25 bulan  
 (iii) kurang daripada 32 bulan.

$P(20 \leq X \leq 36) = 0.6$

(30%)

- (c) Seorang doktor menjalankan ujikaji ke atas 7 orang penghisap rokok. Peratus kerosakan paru (y) mereka diuji dan tempoh masa dalam bilangan tahun (x) mereka merokok juga disoalkan. Data bagi ujikaji adalah seperti berikut:

x (tahun)	4	1	7	10	2	8	6
y (%)	12	10	15	13	14	12	13

- (i) Lakarkan data tersebut.  
 (ii) Dapatkan persamaan garis lurus regresi dua terkecil bagi  $y$  terhadap  $x$ .

.../8

- 8 -

- (iii) Kira  $r$  iaitu pekali korelasi momen hasil darab bagi data tersebut. Terangkan jawapan anda.

Pembayang.

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} - S_{yy}}}$$

$$S_{xy} = \sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}$$

$$S_{xx} = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}$$

$$S_{yy} = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}$$

- (iv) Ramalkan peratus kerosakan peparu bagi seseorang yang telah merokok selama 3 tahun.

(50%)

.../9



6. (a) Didapati bahawa 15% daripada mentol yang dikeluarkan oleh suatu kilang adalah cacat. Suatu sampel 20 mentol dipilih secara rawak dan diuji untuk kecacatan. Cari kebarangkalian bahawa;

- (i) semua mentol adalah tidak cacat  
 (ii) tiga mentol adalah cacat  $(X=3)$   
 (iii) sekurang-kurangnya tiga mentol adalah cacat.  $(X \geq 3)$

(30%)

- (b) Pembolehubah rawak  $X$  mempunyai fungsi ketumpatan kebarangkalian seperti berikut:

$$f(x) = \begin{cases} k(x^{1/2} - x) & \text{bagi } 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{selainnya} \end{cases}$$

dengan  $k$  suatu pemalar.

- (i) Buktikan bahawa  $k = 6$ .  
 (ii) Lakarkan graf untuk  $f(x)$   
 (iii) Kirakan  $E(x)$  dan  $V(x)$   
 (iv) Cari  $F(x)$  fungsi taburan longgokan bagi  $x$

(25%)

- (c) Sebuah mesin mengeluarkan gelung besi yang bertaburan normal dengan min garispusat 4.2 m dan sisihan piawai 0.15 m. Selepas digunakan bagi suatu tempoh tertentu mesin diservis dan suatu sampel rawak 100 gelung besi di ukur dan min garispusat ialah 4.23 m.

- (i) Ujilah hipotesis bahawa min garispusat gelung besi adalah kurang daripada 4.20 m pada aras keertian 5 %.  
 (ii) Dapatkan juga 95 % selang keyakinan dua hala bagi garispusat gelung besi tersebut.

(45%)

ooooOOoooo

$$H_1 < 4.2$$

$$H_0$$

$$H_1 < 4.2$$

$$H_0 \geq 4.2$$